Steigung annähernd in einem Punkt

Die momentane Änderungsrate

Wenn x gegen x_0 strebt, so strebt die mittlere Steigung

$$\frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0}$$

gegen den Wert $m(x_0)$.

$m(x_0)$ heißt die momentane Änderungsrate an der Stelle x_0 .

Sie gibt an wie sich $f(x)$ an der Stelle x_0 ändert, wenn x geändert wird

Es ist darauf zu achten, dass x immer ungleich x_0 ist. Dieses Streben gegen x_0 muss von beiden Seiten geschehen.

1. Aufgabe

Für den freien Fall in Erdnähe soll angenommen werden, dass die Erdbeschleunigung 10m/s^2 sei. Es ergibt sich somit für den zurückgelegten Weg in Abhängigkeit von der Zeit

$$f(t) = \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{wird zu} \quad f(t) = 5t^2$$

Berechnen Sie den angestrebten Wert der Geschwindigkeit $v(t_0)$ für Zeitpunkt $t_0=2\text{s}$.

t/s	1	1,9	1,999	2	2,001	2,1	3
v(t)/m/s							

Berechnen Sie den angestrebten Wert der Geschwindigkeit $v(t_0)$ für Zeitpunkt $t_0=3\text{s}$.

t/s	2	2,9	2,999	3	3,001	3,1	4
v(t)/m/s							

2. Aufgabe

Für den freien Fall ungefähr 700km über der Erde soll angenommen werden, dass die Erdbeschleunigung 8m/s^2 sei. Es ergibt sich somit für den zurückgelegten Weg in Abhängigkeit von der Zeit

$$f(t) = \frac{1}{2} g_E t^2 \quad \text{wird zu} \quad f(t) = 4t^2$$

Berechnen Sie den angestrebten Wert der Geschwindigkeit $v(t_0)$ für Zeitpunkt $t_0 = \{1, 2, 3\}$ s.

t/s	0	0,9	0,999	1	1,001	1,1	2
v(t)/m/s							

t/s	1	1,9	1,999	2	2,001	2,1	3
v(t)/m/s							

t/s	2	2,9	2,999	3	3,001	3,1	4
v(t)/m/s							

Man kann auf die Tabelle verzichten, wenn man es erreicht, dass der Nenner der momentanen Änderungsrate nicht zu Null wird, genauer wenn dieser gekürzt werden kann.

Am Beispiel der momentanen Änderungsrate von Flächen und Volumen geometrischer Körper sollen Sie dieses anwenden.

3. Aufgabe

Berechnen Sie die momentane Änderungsrate der Fläche eines Kreises an der Stelle $r_0=4$. Welche Bedeutung hat das Ergebnis?

4. Aufgabe

Berechnen Sie die momentane Änderungsrate des Fläche eines Quadrates an der Stelle $a_0=3$. Welche Bedeutung hat das Ergebnis?

5. Aufgabe

Berechnen Sie die momentane Änderungsrate der Oberfläche und des Volumens eines Würfels an der Stelle $a_0=5$. Welche Bedeutung hat das Ergebnis?

6. Aufgabe

Fassen Sie die Ergebnisse der obigen Aufgaben in einer Tabelle zusammen.

	freier Fall	Kreis	Quadrat	Würfel	
Gleichung für $f(x)$					
Wert von x_0					
Wert von $m(x_0)$					
Deutung von $m(x_0)$					
Gleichung für $m(x)$					
Graphen für $f(x)$ und $m(x)$					